Elektrotehnički odsek
Pismeni ispit iz Analize 2
7. 2. 2016.

1. (E1-8 poena, E2-7 poena) Odrediti oblast konvergencije i naći sumu reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n!}\left(1+\frac{2}{x}\right)^n$.

   Koristeći dobijeni razvoj izračunati sumu konvergentnog reda $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n n!}$.

2. (E1-8 poena, E2-6 poena) Ispitati uniformnu konvergenciju funkcionalnog reda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x}{1+n^2x^2}$ na intervalu $[1,2]$.

3. (E1-7 poena, E2-6 poena) Razviti u Tejlorov red u okolini tačke $x_0 = \frac{\pi}{8}$ funkciju $f(x) = 4x\sin 4x$ i napisati gde odgovarajući razvoj konvergira.

4. (E1-7 poena, E2-6 poena) Izračunati vrednost krivolinijskog integrala $\oint\limits_L x^2\,dy$ ako je kriva

   $$L = \{(x,y) : x^2+y^2 = 2y, y \geq 1\} \cup \{(x,y) : y = |x|, -1 \leq x \leq 1\}$$

   negativno orijentisana.

   a) direktno, b) primenom Grinove formule.

5. (E1-7 poena, E2-7 poena) Preslikavanjem $w = \mathrm{tg}\frac{z}{2}$ preslikati oblast

   $$G = \{z \in \mathbb{C} : -\frac{\pi}{2} < \mathrm{Re}\, z < 0,\ \mathrm{Im}\, z > 0\}.$$

6. (E1-7 poena, E2-7 poena) Razviti u Loranov red u okolini tačke $z_0 = i$ funkciju $f(z) = (z^2+1)e^{\frac{2z}{z-i}}$ i napisati gde dobijeni razvoj konvergira. Izračunati $\mathrm{Res}(f,i)$.

7. (E1-7 poena, E2-7 poena) Izračunati $\oint\limits_L \frac{e^z}{z^3+(2-i)z^2-2iz}\,dz$ po pozitivno orijentisanoj krivoj $L = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| = r,\ r \neq 1, r \neq \sqrt{2}, r \neq 3\}$.

8. (E1-4 poena) Izračunati vrednost integrala $\oint\limits_L \frac{1}{\mathrm{Re}\, z}\,dz$, ako je L pozitivno orijentisan rub trougla čija su temena tačke 2, $1+i$ i $1-i$.

9. (E2-5 poena) Razviti u Furijeov red funkciju $f(x) = e^{3x}$ na intervalu $[0, 2\pi]$.

10. (E2-4 poena) Primenom Laplasove transformacije rešiti početni problem:

    $$y''(x) - 4y'(x) + 5y(x) = 2e^x,\ y(0) = y'(0) = 1$$

Teorija (za studente koji polažu ceo ispit):

1. (15 poena) Stepeni red u $\mathbb{R}$.
2. (15 poena) Jednačina kružnice u $\mathbb{C}$.
3. (15 poena) Koristeći teoremu o ostacima izračunati vrednost nesvojstvenog integrala $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^4}$.